Contrastes de hipótesis

Ejercicio nº 1.-

En un determinado instituto aseguran que las notas obtenidas por sus alumnos en las pruebas de acceso a la Universidad tienen una media igual o superior a 7 puntos. Pero la media obtenida en una muestra aleatoria de 80 alumnos en los últimos exámenes fue de 6,89 puntos. Si sabemos que la varianza es igual a 4,84, ¿podemos considerar, con un nivel de significación del 1%, que la afirmación hecha por el instituto es cierta?

Ejercicio nº 2.-

En una determinada región, el número semanal de accidentes de tráfico producido durante el año pasado siguió una distribución normal de media 3,2 y desviación típica 1,3. Se ha llevado a cabo una campaña de prevención contra los accidentes de tráfico y la media semanal de accidentes en las 40 semanas siguientes ha sido de 3,05. Admitiendo que la desviación típica no ha variado, ¿podemos afirmar, con un nivel de significación del 5%, que la campaña no ha tenido éxito (es decir, que el número de accidentes no ha disminuido con respecto al año anterior)?

Ejercicio nº 3.-

Un fabricante garantiza a un laboratorio farmacéutico que sus máquinas producen comprimidos con un diámetro de 25 mm. Una muestra de 100 comprimidos dio como media de los diámetros 25,18 mm. Suponiendo que el diámetro de los comprimidos es una variable aleatoria con distribución normal, de desviación típica 0,89 mm, se desea contrastar, con un nivel de significación del 5%, si el diámetro medio que afirma el fabricante es correcto. Para ello:

a) Plantea la hipótesis nula y la hipótesis alternativa del contraste.

b) Realiza el contraste al nivel de significación indicado.

Ejercicio nº 4.-

Un laboratorio ha preparado un elevado número de dosis de cierta vacuna. Se conoce que el peso de dichas dosis se distribuye normalmente, con desviación típica de 0,10 mg. El peso medio de las dosis ha de ser de 0,70 mg. Se requiere la máxima precisión en el peso de las dosis. Por ello, se elige una muestra de 200 dosis y se comprueba su peso medio, que resulta ser de 0,66 mg. Realiza un contraste de hipótesis, con un nivel de significación de 0,05, para decidir si se debe retirar las dosis producidas, o bien la diferencia de peso medio es debida al azar.

Ejercicio nº 5.-

El concejal de cultura de una determinada localidad afirma que el tiempo medio dedicado a la lectura por los jóvenes entre 15 y 30 años, residentes en dicha localidad, es, como mucho, de 8 horas semanales. Tomando una muestra aleatoria de 100 jóvenes entre 15 y 30 años, se obtuvo que la media de horas semanales que dedicaban a leer era de 8,3, con una desviación típica igual a 1. Con un nivel de significación del 5%, ¿podemos aceptar la afirmación del concejal?

Ejercicio nº 6.-

Se afirma que, en una determinada localidad, el 20% de las familias tienen dos o más hijos. Tomando una muestra aleatoria de 120 familias, había dos o más hijos en 22 de ellas. A un nivel de significación de 0,1, ¿podemos rechazar la afirmación?

Ejercicio nº 7.-

El 15% de los empleados de una gran empresa se declara fumador. Después de llevar a cabo una campaña contra el tabaco durante un año, se quiso comprobar si ésta había sido efectiva. Se hizo una encuesta a 85 empleados elegidos al azar, obteniéndose que 11 de ellos seguían fumando. A un nivel de significación del 0,01, ¿podemos considerar que la proporción de fumadores no ha variado después de la campaña?

Ejercicio nº 8.-

Hemos realizado 300 lanzamientos con un dado, que sospechamos que está trucado, y hemos obtenido un seis en 71 ocasiones. Con un nivel de significación del 1%, contrasta la hipótesis de que la probabilidad de obtener seis no es mayor de 1/6.

Ejercicio nº 9.-

Hace un año, 3 de cada 10 familias de una determinada población realizaba sus compras habituales en hipermercados. En una encuesta realizada este año entre 105 familias de la localidad escogidas al azar, 34 de ellas afirman que compran habitualmente en hipermercados. Con un nivel de significación del 5%, contrasta la hipótesis de que el porcentaje no ha aumentado (es decir, que permanece igual o menor que el del año anterior).

Ejercicio nº 10.-

En las elecciones a la alcaldía de cierta localidad, que se celebraron hace un año, el partido que ganó obtuvo el 57% de los votos. Recientemente se ha realizado una encuesta, escogiendo al azar a 160 vecinos (mayores de 18 años), 88 de los cuales afirmaban que seguían a favor del alcalde. ¿Podemos considerar, a un nivel de significación de 0,01, que el alcalde no obtendría menor número de votos si se repitieran ahora las elecciones?

Ejercicio nº 11.-

Un laboratorio afirma haber encontrado un medicamento que reduce considerablemente los síntomas de cierta enfermedad en el 95% de los casos. Tras probarlo en una muestra aleatoria de 125 enfermos, 116 de ellos notaron mejoría. Realizado un contraste de hipótesis para ver si la afirmación del laboratorio era cierta, en un nivel de significación del 1%, hemos aceptado que $p = 0{,}95$. Explica, en el contexto del problema, en qué consisten cada uno de los errores del tipo I y II.

Ejercicio nº 12.-

En un contraste de hipótesis para comprobar si la media de edad de los asistentes a una exposición era de 20 años, hemos seleccionado una muestra aleatoria de 100 asistentes, obteniendo una media de 20,5 años. La zona de aceptación obtenida ha sido el intervalo (19,59; 20,41) y sabemos que la desviación típica es $\sigma = 2{,}1$. Por tanto, hemos rechazado la hipótesis.

¿Cómo se llama la probabilidad de habernos equivocado es la decisión, es decir, de haber rechazado la hipótesis, cuando en realidad era cierta? ¿Influye el tamaño de la muestra en la probabilidad de cometer este tipo de error?

Ejercicio nº 13.-

La nota media en unas oposiciones celebradas el año pasado fue de 4,35 con una desviación típica de 2,5 puntos. Este año se han vuelto a convocar unas oposiciones similares. Con un nivel de significación de 0,01, y suponiendo que la desviación típica sigue siendo la misma, queremos contrastar la hipótesis de que la media no ha variado. Para ello, vamos a extraer una muestra aleatoria de 100 exámenes. Así, la zona de aceptación será el intervalo (3,71; 4,99). Si al final la media real fuera de 3 puntos y hubiéramos aceptado H_0 (siendo falsa), ¿qué tipo de error habríamos cometido? ¿Cómo influye el tamaño de la muestra en la probabilidad de cometer este tipo de error?

Ejercicio nº 14.-

En una autoescuela afirman que el porcentaje de sus alumnas y alumnos que obtienen el permiso de conducir la primera vez que se examinan es del 53%. Para contrastar esta hipótesis, vamos a seleccionar una muestra aleatoria de 65 alumnas y alumnos de esa autoescuela. La zona de aceptación de la hipótesis que hemos considerado para la proporción es el intervalo (0,41; 0,65). Supongamos que hemos obtenido una proporción muestral que cae fuera de la zona de aceptación y que, por tanto, rechazamos la hipótesis.

a) **¿Cómo se llama el error que cometeríamos equivocándonos en esta decisión; es decir, rechazando H_0, si en realidad fuera cierta?**

b) **¿Influye el tamaño de la muestra en la probabilidad de cometer este tipo de error?**

Ejercicio nº 15.-

Un candidato a la alcaldía de una determinada ciudad asegura que su partido conseguirá el 60% de los votos. En una encuesta realizada sobre una muestra aleatoria de 110 electores, 56 se muestran a su favor. Con un nivel de significación de 0,1, hemos realizado un contraste de hipótesis y hemos rechazado la hipótesis del candidato.

Explica, en el contexto del problema, en qué consiste el error de tipo I. ¿Como influye el tamaño de la muestra en la probabilidad de cometer este tipo de error?

Soluciones Contrastes de hipótesis

Ejercicio nº 1.-

En un determinado instituto aseguran que las notas obtenidas por sus alumnos en las pruebas de acceso a la Universidad tienen una media igual o superior a 7 puntos. Pero la media obtenida en una muestra aleatoria de 80 alumnos en los últimos exámenes fue de 6,89 puntos. Si sabemos que la varianza es igual a 4,84, ¿podemos considerar, con un nivel de significación del 1%, que la afirmación hecha por el instituto es cierta?

Solución:

1^er^ *paso: hipótesis:*

Queremos contrastar la hipótesis nula:

H_0: $\mu \geq 7$

frente a la hipótesis alternativa:

H_1: $\mu < 7$

2º *paso: zona de aceptación:*

La zona de aceptación sería el intervalo:

$$\left(\mu_0 - z_\alpha \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ +\infty\right)$$

Para un nivel de significación del 1%, tenemos que $z_\alpha = 2{,}33$.

Por otra parte, como la varianza es $\sigma^2 = 4{,}84$, entonces, la desviación típica será $\sigma = \sqrt{4{,}84} = 2{,}2$.

Así, el intervalo de aceptación será:

$$\left(7 - 2{,}33 \cdot \frac{2{,}2}{\sqrt{80}},\ +\infty\right); \text{ es decir, } (6{,}43; +\infty).$$

3^er^ *paso: verificación:*

La media muestral obtenida es $\bar{x} = 6{,}89$.

4º *paso: decisión:*

Como la media muestral queda dentro de la zona de aceptación, aceptamos H_0; es decir, aceptamos que la media es igual o superior a 7 puntos.

Ejercicio nº 2.-

En una determinada región, el número semanal de accidentes de tráfico producido durante el año pasado siguió una distribución normal de media 3,2 y desviación típica 1,3. Se ha llevado a cabo una campaña de prevención contra los accidentes de tráfico y la media semanal de accidentes en las 40 semanas siguientes ha sido de 3,05. Admitiendo que la desviación típica no ha variado, ¿podemos afirmar, con un nivel de significación del 5%, que la campaña no ha tenido éxito (es decir, que el número de accidentes no ha disminuido con respecto al año anterior)?

Solución:

1$^{\underline{er}}$ *paso: hipótesis:*

Queremos contrastar la hipótesis nula:

H_0: $\mu \geq 3{,}2$

frente a la hipótesis alternativa:

H_1: $\mu < 3{,}2$

2$^{\underline{o}}$ *paso: zona de aceptación:*

La zona de aceptación sería el intervalo:

$$\left(\mu_0 - z_\alpha \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ +\infty\right)$$

Para un nivel de significación del 5%, tenemos que $z_\alpha = 1{,}645$. Por tanto, el intervalo queda:

$$\left(3{,}2 - 1{,}645 \cdot \frac{1{,}3}{\sqrt{40}},\ +\infty\right); \text{ es decir, } (2{,}86; +\infty)$$

3$^{\underline{er}}$ *paso: verificación:*

La media muestral obtenida es $\bar{x} = 3{,}05$.

4$^{\underline{o}}$ *paso: decisión:*

Como la media muestral obtenida queda dentro de la zona de aceptación, aceptamos H_0; es decir, no podemos considerar que el número de accidentes haya disminuido.

<u>Ejercicio nº 3.-</u>

Un fabricante garantiza a un laboratorio farmacéutico que sus máquinas producen comprimidos con un diámetro de 25 mm. Una muestra de 100 comprimidos dio como media de los diámetros 25,18 mm. Suponiendo que el diámetro de los comprimidos es una variable aleatoria con distribución normal, de desviación típica 0,89 mm, se desea contrastar, con un nivel de significación del 5%, si el diámetro medio que afirma el fabricante es correcto. Para ello:

a) Plantea la hipótesis nula y la hipótesis alternativa del contraste.

b) Realiza el contraste al nivel de significación indicado.

Solución:

a) Queremos contrastar la hipótesis nula:

H_0: $\mu = 25$ mm

frente a la hipótesis alternativa:

H_1: $\mu = 25$ mm

b) Si H_0 fuera cierta, puesto que el tamaño de la muestra es $n = 100 \geq 30$ (y además, es una distribución normal; luego no sería necesario que $n \geq 30$), las medias muestrales se distribuirían según una $N\left(25;\ \frac{0{,}89}{\sqrt{100}}\right)$; es decir, $N(25;\, 0{,}089)$.

Por tanto, el intervalo de aceptación será:

$$\left(\mu_0 - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \mu_0 + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Para un nivel de significación del 5%, tenemos que:

$\alpha = 0{,}05 \ \rightarrow \ z_{\alpha/2} = 1{,}96$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(25 - 1{,}96 \cdot \frac{0{,}89}{\sqrt{100}};\ 25 + 1{,}96 \cdot \frac{0{,}89}{\sqrt{100}}\right), \text{ es decir, } (24{,}83;\ 25{,}17).$$

Como hemos obtenido una media muestral $\bar{x} = 25{,}18$ mm, que queda fuera de la zona de aceptación, rechazamos H_0, es decir, no podemos dar por válido que el diámetro medio sea de 25 mm.

Ejercicio nº 4.-

Un laboratorio ha preparado un elevado número de dosis de cierta vacuna. Se conoce que el peso de dichas dosis se distribuye normalmente, con desviación típica de 0,10 mg. El peso medio de las dosis ha de ser de 0,70 mg. Se requiere la máxima precisión en el peso de las dosis. Por ello, se elige una muestra de 200 dosis y se comprueba su peso medio, que resulta ser de 0,66 mg. Realiza un contraste de hipótesis, con un nivel de significación de 0,05, para decidir si se debe retirar las dosis producidas, o bien la diferencia de peso medio es debida al azar.

Solución:

1er *paso: hipótesis:*

Queremos contrastar la hipótesis nula:

H_0: $\mu = 0{,}70$ mg

frente a la hipótesis alternativa:

H_1: $\mu \neq 0{,}70$ mg

2º *paso: zona de aceptación:*

Si la hipótesis nula, H_0, fuera cierta, las medias muestrales se distribuirían según una $N\left(0{,}70;\ \frac{0{,}10}{\sqrt{200}}\right)$. Por tanto, el intervalo de aceptación será:

$$\left(\mu_0 - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \mu_0 + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Para un nivel de significación de 0,05, tenemos que $z_{\alpha/2} = 1{,}96$. Por tanto, el intervalo será:

$$\left(0{,}70 - 1{,}96 \cdot \frac{0{,}10}{\sqrt{200}};\ 0{,}70 + 1{,}96 \cdot \frac{0{,}10}{\sqrt{200}}\right); \text{ es decir, } (0{,}686;\ 0{,}714).$$

3$^{\underline{er}}$ *paso: verificación:*

Hemos obtenido una media muestral $\bar{x} = 0{,}66$ mg.

4$^{\underline{o}}$ *paso: decisión:*

Como la media muestral obtenida queda fuera del intervalo de aceptación, rechazamos H_0; es decir, no podemos dar por válido que el peso medio sea de 0,70 mg. Se deben retirar las dosis producidas.

<u>Ejercicio nº 5.-</u>

El concejal de cultura de una determinada localidad afirma que el tiempo medio dedicado a la lectura por los jóvenes entre 15 y 30 años, residentes en dicha localidad, es, como mucho, de 8 horas semanales. Tomando una muestra aleatoria de 100 jóvenes entre 15 y 30 años, se obtuvo que la media de horas semanales que dedicaban a leer era de 8,3, con una desviación típica igual a 1. Con un nivel de significación del 5%, ¿podemos aceptar la afirmación del concejal?

Solución:

1$^{\underline{er}}$ *paso: hipótesis:*

Queremos contrastar la hipótesis nula:

H_0: $\mu \leq 8$

frente a la hipótesis alternativa:

H_1: $\mu > 8$

2$^{\underline{o}}$ *paso: zona de aceptación:*

La zona de aceptación sería el intervalo:

$$\left(-\infty;\ \mu_0 + z_\alpha \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Para un nivel de significación del 5%, tenemos que $z_\alpha = 1{,}645$. Por tanto, el intervalo es:

$$\left(-\infty;\ 8 + 1{,}645 \cdot \frac{1}{\sqrt{100}}\right);\ \text{es decir, } \left(-\infty;\ 8{,}16\right).$$

3$^{\underline{er}}$ *paso: verificación:*

La media muestral obtenida es $\bar{x} = 8{,}3$.

4$^{\underline{o}}$ *paso: decisión:*

Como la media muestral obtenida queda fuera del intervalo de aceptación, rechazamos H_0; es decir, rechazamos que la afirmación del concejal sea cierta

<u>Ejercicio nº 6.-</u>

Se afirma que, en una determinada localidad, el 20% de las familias tienen dos o más hijos. Tomando una muestra aleatoria de 120 familias, había dos o más hijos en 22 de ellas. A un nivel de significación de 0,1, ¿podemos rechazar la afirmación?

Solución:

1$^{\underline{er}}$ *paso: hipótesis:*

Queremos contrastar la hipótesis nula:

H_0: $p = 0{,}2$

frente a la hipótesis alternativa:

H_1: $p \neq 0{,}2$

2$^{\underline{o}}$ *paso: zona de aceptación:*

El intervalo de aceptación sería:

$$\left(p_0 - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}\ ,\ p_0 + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}} \right)$$

Para un nivel de significación de 0,1, tenemos que $z_{\alpha/2} = 1{,}645$. El intervalo será:

$$\left(0{,}2 - 1{,}645 \cdot \sqrt{\frac{0{,}2 \cdot 0{,}8}{120}}\ ;\ 0{,}2 + 1{,}645 \cdot \sqrt{\frac{0{,}2 \cdot 0{,}8}{120}} \right);\ \text{ es decir, } (0{,}14;\ 0{,}26).$$

3$^{\underline{er}}$ *paso: verificación:*

La proporción obtenida en la muestra es $pr = \frac{22}{120} = 0{,}18$.

4$^{\underline{o}}$ *paso: decisión:*

Como la proporción muestral queda dentro de la zona de aceptación, aceptamos H_0; es decir, no podemos rechazar que el porcentaje sea del 20%.

<u>Ejercicio nº 7.-</u>

El 15% de los empleados de una gran empresa se declara fumador. Después de llevar a cabo una campaña contra el tabaco durante un año, se quiso comprobar si ésta había sido efectiva. Se hizo una encuesta a 85 empleados elegidos al azar, obteniéndose que 11 de ellos seguían fumando. A un nivel de significación del 0,01, ¿podemos considerar que la proporción de fumadores no ha variado después de la campaña?

Solución:

1$^{\underline{er}}$ *paso: hipótesis:*

Queremos contrastar la hipótesis nula:

H_0: $p = 0{,}15$

frente a la hipótesis alternativa:

H_1: $p \neq 0{,}15$

2$^{\underline{o}}$ *paso: zona de aceptación:*

El intervalo de aceptación sería:

$$\left(p_0 - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}},\ p_0 + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}} \right)$$

Para un nivel de significación de 0,01, tenemos que $z_{\alpha/2} = 2{,}575$. Por tanto, el intervalo será:

$$\left(0{,}15 - 2{,}575 \cdot \sqrt{\frac{0{,}15 \cdot 0{,}85}{85}};\ 0{,}15 + 2{,}575 \cdot \sqrt{\frac{0{,}15 \cdot 0{,}85}{85}} \right); \text{ es decir, } (0{,}05;\ 0{,}25).$$

3$^{\underline{er}}$ *paso: verificación:*

La proporción obtenida en la muestra es $pr = \frac{11}{85} = 0{,}13.$

4$^{\underline{o}}$ *paso: decisión:*

Como la proporción muestral está dentro de la zona de aceptación, aceptamos H_0; es decir, consideramos que no hay suficiente evidencia para aceptar que la proporción ha variado.

<u>Ejercicio nº 8.-</u>

Hemos realizado 300 lanzamientos con un dado, que sospechamos que está trucado, y hemos obtenido un seis en 71 ocasiones. Con un nivel de significación del 1%, contrasta la hipótesis de que la probabilidad de obtener seis no es mayor de 1/6.

Solución:

1$^{\underline{er}}$ *paso: hipótesis:*

Queremos contrastar la hipótesis nula:

$$H_0: \quad p \le \frac{1}{6}$$

frente a la hipótesis alternativa:

$$H_1: \quad p > \frac{1}{6}$$

2$^{\underline{o}}$ *paso: zona de aceptación:*

El intervalo de aceptación será:

$$\left(-\infty,\ p_0 + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}} \right)$$

Para un nivel de significación del 1%, tenemos que $z_{\alpha/2} = 2{,}33$. Por tanto, el intervalo será:

$$\left(-\infty;\ \frac{1}{6} + 2{,}33 \cdot \sqrt{\frac{\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}}{300}} \right); \text{ es decir, } (-\infty;\ 0{,}217).$$

3$^{\underline{er}}$ *paso: verificación:*

La proporción obtenida en la muestra es $pr = \dfrac{71}{300} = 0{,}237$.

4º *paso: decisión:*

Como la proporción muestral no está dentro de la zona de aceptación, rechazamos H_0; es decir, admitimos que la probabilidad de obtener un seis con ese dado es mayor de 1/6.

Ejercicio nº 9.-

Hace un año, 3 de cada 10 familias de una determinada población realizaba sus compras habituales en hipermercados. En una encuesta realizada este año entre 105 familias de la localidad escogidas al azar, 34 de ellas afirman que compran habitualmente en hipermercados. Con un nivel de significación del 5%, contrasta la hipótesis de que el porcentaje no ha aumentado (es decir, que permanece igual o menor que el del año anterior).

Solución:

1er *paso: hipótesis:*

Queremos contrastar la hipótesis nula:

H_0: $p \leq 0{,}3$

frente a la hipótesis alternativa:

H_1: $p > 0{,}3$

2º *paso: zona de aceptación:*

El intervalo de aceptación sería:

$$\left(-\infty,\ p_0 + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}} \right)$$

Para un nivel de significación del 5%, tenemos que $z_{\alpha/2} = 1{,}645$. El intervalo será:

$$\left(-\infty;\ 0{,}3 + 1{,}645 \cdot \sqrt{\frac{0{,}3 \cdot 0{,}7}{105}} \right);\ \text{ es decir, } (-\infty;\ 0{,}37).$$

3er *paso: verificación:*

La proporción obtenida en la muestra es $pr = \dfrac{34}{105} = 0{,}32$.

4º *paso: decisión:*

Como la proporción muestral queda dentro de la zona de aceptación, no podemos rechazar H_0; es decir, aceptamos que no ha aumentado.

Ejercicio nº 10.-

En las elecciones a la alcaldía de cierta localidad, que se celebraron hace un año, el partido que ganó obtuvo el 57% de los votos. Recientemente se ha realizado una encuesta, escogiendo al azar a 160 vecinos (mayores de 18 años), 88 de los cuales afirmaban que seguían a favor del alcalde. ¿Podemos considerar, a un nivel de significación de 0,01, que el alcalde no obtendría menor número de votos si se repitieran ahora las elecciones?

Solución:

$1^{\underline{er}}$ *paso: hipótesis:*

Queremos contrastar la hipótesis nula:

H_0: $p \geq 0{,}57$

frente a la hipótesis alternativa:

H_1: $p < 0{,}57$

$2^{\underline{o}}$ *paso: zona de aceptación:*

El intervalo de aceptación será:

$$\left(p_0 + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}} ;\ +\infty \right)$$

Para un nivel de significación de 0,01, tenemos que $z_{\alpha/2} = 2{,}33$. Por tanto, el intervalo será:

$$\left(0{,}57 - 2{,}33 \cdot \sqrt{\frac{0{,}57 \cdot 0{,}43}{160}} ;\ +\infty \right); \text{ es decir, } (0{,}48; +\infty).$$

$3^{\underline{er}}$ *paso: verificación:*

La proporción obtenida en la muestra es $pr = \frac{88}{160} = 0{,}55.$

$4^{\underline{o}}$ *paso: decisión:*

Como la proporción muestral está dentro de la zona de aceptación, no podemos rechazar H_0; aceptamos que la proporción sería igual o mayor que 0,57.

<u>Ejercicio nº 11.-</u>

Un laboratorio afirma haber encontrado un medicamento que reduce considerablemente los síntomas de cierta enfermedad en el 95% de los casos. Tras probarlo en una muestra aleatoria de 125 enfermos, 116 de ellos notaron mejoría. Realizado un contraste de hipótesis para ver si la afirmación del laboratorio era cierta, en un nivel de significación del 1%, hemos aceptado que $p = 0{,}95$. Explica, en el contexto del problema, en qué consisten cada uno de los errores del tipo I y II.

Solución:

- El error de tipo I consiste en rechazar H_0, siendo cierta. La probabilidad de cometerlo es α. En este caso concreto, lo hubiéramos cometido si hubiéramos obtenido una muestra que nos hubiera llevado a rechazar H_0, siendo cierta.

- El error de tipo II consiste en aceptar H_0, siendo falsa. En este caso concreto consistirá en aceptar que el porcentaje era del 95%, siendo falso.

<u>Ejercicio nº 12.-</u>

En un contraste de hipótesis para comprobar si la media de edad de los asistentes a una exposición era de 20 años, hemos seleccionado una muestra aleatoria de 100 asistentes, obteniendo una media de 20,5 años. La zona de aceptación obtenida ha sido el intervalo (19,59; 20,41) y sabemos que la desviación típica es $\sigma = 2{,}1$. Por tanto, hemos rechazado la hipótesis.

¿Cómo se llama la probabilidad de habernos equivocado es la decisión, es decir, de haber rechazado la hipótesis, cuando en realidad era cierta? ¿Influye el tamaño de la muestra en la probabilidad de cometer este tipo de error?

Solución:

El error que consiste en rechazar H_0 cuando esta es verdadera se llama *error de tipo I*. La probabilidad de cometerlo es precisamente α, el nivel de significación. *No* depende del tamaño de la muestra.

Ejercicio nº 13.-

La nota media en unas oposiciones celebradas el año pasado fue de 4,35 con una desviación típica de 2,5 puntos. Este año se han vuelto a convocar unas oposiciones similares. Con un nivel de significación de 0,01, y suponiendo que la desviación típica sigue siendo la misma, queremos contrastar la hipótesis de que la media no ha variado. Para ello, vamos a extraer una muestra aleatoria de 100 exámenes. Así, la zona de aceptación será el intervalo (3,71; 4,99). Si al final la media real fuera de 3 puntos y hubiéramos aceptado H_0 (siendo falsa), ¿qué tipo de error habríamos cometido? ¿Cómo influye el tamaño de la muestra en la probabilidad de cometer este tipo de error?

Solución:

El error que consiste en aceptar H_0 siendo falsa se llama *error de tipo II*. Cuanto mayor sea el tamaño de la muestra, menor es la probabilidad de cometer este tipo de error.

Ejercicio nº 14.-

En una autoescuela afirman que el porcentaje de sus alumnas y alumnos que obtienen el permiso de conducir la primera vez que se examinan es del 53%. Para contrastar esta hipótesis, vamos a seleccionar una muestra aleatoria de 65 alumnas y alumnos de esa autoescuela. La zona de aceptación de la hipótesis que hemos considerado para la proporción es el intervalo (0,41; 0,65). Supongamos que hemos obtenido una proporción muestral que cae fuera de la zona de aceptación y que, por tanto, rechazamos la hipótesis.

a) ¿Cómo se llama el error que cometeríamos equivocándonos en esta decisión; es decir, rechazando H_0, si en realidad fuera cierta?

b) ¿Influye el tamaño de la muestra en la probabilidad de cometer este tipo de error?

Solución:

a) Si la hipótesis nula fuera cierta y la rechazáramos, estaríamos cometiendo un *error de tipo I*.

b) La probabilidad de cometer el error de tipo I es α, el nivel de significación. El tamaño de la muestra no influye.

Ejercicio nº 15.-

Un candidato a la alcaldía de una determinada ciudad asegura que su partido conseguirá el 60% de los votos. En una encuesta realizada sobre una muestra aleatoria de 110 electores, 56 se muestran a su favor. Con un nivel de significación de 0,1, hemos realizado un contraste de hipótesis y hemos rechazado la hipótesis del candidato.

Explica, en el contexto del problema, en qué consiste el error de tipo I. ¿Como influye el tamaño de la muestra en la probabilidad de cometer este tipo de error?

Solución:

El error de tipo I consiste en rechazar H_0, cuando es cierta. En este problema concreto, consistiría en haber rechazado que el porcentaje era del 60%, cuando este era cierto. La probabilidad de que esto suceda (de cometer el error de tipo I) es $\alpha = 0,1$; *no* depende del tamaño de la muestra.